

Тема лекции № 15. Модели систем обслуживания

Цель лекции: Организация и работа систем обслуживания. Возможные различные дисциплины очереди. Аналитический и имитационный подход.

Организация и работа систем обслуживания (СО) занимает существенное место как собственно в производственном процессе, так и в эффективном доведении полученных результатов до потребителя. Именно качество работы СО в существенной мере определяет воспринимаемое потребителем качество результата.

К СО относятся системы разного рода и масштаба, такие, как производственные, информационные, торговые, транспортные, энергетические системы, системы связи, предприятия бытового и медицинского обслуживания и др. Подразделения предприятия связаны информационными и материальными потоками. На СО можно смотреть, как на систему управления потоками.

На вход в СО поступает поток требований на обслуживание. В качестве таких требований могут выступать, например, изделия, поступающие на очередной этап обработки или готовые к упаковке, заявка на материалы, хранящиеся на складе, поломки в оборудовании, прибывающие в аэропорт самолеты, телефонные вызовы. Характерным является то, что требования поступают обычно в нерегулярные, случайные моменты времени. Неопределенный характер имеет и продолжительность обслуживания. Все это создает нерегулярности в работе системы, является причиной ее перегрузок или недогрузок, причиной сбоев в ее работе. При анализе и оценке качества деятельности СО следует учитывать не только средние параметры входящих потоков и процессов обслуживания, но и их более детальные характеристики.

Структуры. Системы обслуживания могут обладать различной структурой. Обычно в них можно выделить следующие четыре основных звена: входящий поток требований, накопитель, узлы обслуживания, выходящий поток обслуженных требований.

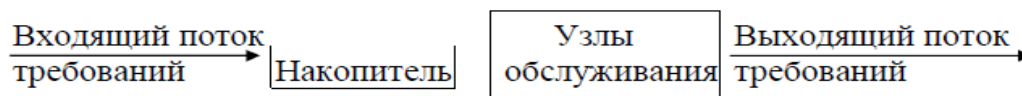


Рисунок 43. Типичная структура системы обслуживания

Характеристики потока требований, входящего в СО, важны для правильной организации процесса обслуживания.

Элементы выходящего потока преобразованных, обслуженных требований должны отвечать заданным критериям качества. Это качество в существенной мере определяется качеством процесса обслуживания. Выходящий поток представляет дополнительный интерес в связи с тем, что он весь или какая-то его часть может оказаться составной частью потока, входящего в другую СО.

Накопитель – место, где поступившие требования ждут начала обслуживания. С накопителем могут связываться пространственные или временные ограничения. Накопитель может быть ограничен по объему,

вместить ограниченное число требований. Требования, для которых в накопителе не нашлось места, либо оказываются в другом, внешнем накопителе, с которым связываются другие характеристики, либо вообще покидают систему.

Накопителем может быть, например, место для ждущих обработки деталей, зал для ожидающих клиентов. Иногда ограничение связывается не с физическим объемом накопителя, а непосредственно с очередью. Например, в очередной тур конкурса должно пройти заранее известное число кандидатов. Ограничение очереди при этом, по сути, эквивалентно физической ограниченности накопителя.

Ограниченность накопителя может проявляться не только в пространственных, но и во временных характеристиках. Требование, пробыв некоторое время в очереди, может покинуть ее, не дождавшись начала обслуживания. Оно может уйти в другую очередь или вообще погибнуть как требование на обслуживание в данной системе (например, если речь идет об обработке скоропортящихся продуктов).

Требования, находящиеся в накопителе, могут образовать одну общую очередь ко всем узлам обслуживания или отдельные очереди; несколько очередей могут быть однородными или специализированными (в соответствии со специализацией узлов обслуживания); требования в некоторых случаях могут переходить из одной очереди в другую; в других ситуациях такой переход может быть запрещен.

Возможны различные дисциплины очереди. Очередь может быть упорядочена естественным образом, в порядке поступления требований. Такую дисциплину часто обозначают посредством FIFO (*First In – First Out*). Возможен и противоположный порядок очереди –LIFO (*Last In –First Out*), например, при проверке контролером изделий, которые накапливаются перед ним штабелем, так что последнее изделие проверяется первым. В некоторых СО требование из накопителя выбирается случайным образом, например, при проверке качества изделия.

В некоторых системах требования делятся на группы, и одной группе отдается предпочтение в обслуживании перед другой. Предпочтение может выражаться в качестве обслуживания, его скорости или очередности. В последнем случае говорят об организации очереди с учетом приоритетов. Множество приоритетов может быть достаточно большим и даже, в принципе, бесконечным (когда, например, сначала обслуживаются требования с большей стоимостью или с меньшим ожидаемым временем обслуживания).

Большое разнообразие возможно и в организации собственно процесса обслуживания. В системе может быть один узел обслуживания (секретарь директора), а может быть несколько (отделы магазина).

Число узлов может даже не быть постоянным: каждая машина такси, находящаяся в данный момент на стоянке, может рассматриваться как отдельный узел. Узлы могут быть однородными (способными обслужить любое требование, поступающее в систему) или специализированными. Даже будучи однородными они могут отличаться значениями своих характеристик.

Среди таких характеристик одной из наиболее существенных является интенсивность обслуживания, то есть среднее число требований, которое способен обслужить узел в единицу времени.

Далее, узлы могут работать параллельно (причалы в порту, кассы в универсаме), последовательно (конвейер) или смешанным образом. В процессе обслуживания они могут работать независимо или взаимодействовать, помогать друг другу. Узлы могут выходить из строя и поступать на восстановление (ремонт, лечение) в другую СО (уже в качестве требований на обслуживание).

Обычно в каждый момент времени узел обслуживает не более одного требования. Однако бывают СО, в которых узлы обычно обслуживают сразу группы требований: преподаватель в вузе или экскурсовод в музее.

В некоторых случаях нас не интересует дальнейшая судьба обслуженных требований; требования, поступающие в систему, не связываются с требованиями, уходящими из нее. В других же случаях следует учитывать, что обслуженные требования после некоторой задержки (обычно со случайной, не известной заранее продолжительностью) опять поступают на вход. В первом случае СО называются незамкнутыми, во втором – замкнутыми. Замкнутой системой является, например, бригада ремонтных рабочих, закрепленная за одной и той же группой оборудования, или поликлиника, обслуживающая данную территорию.

Разнообразие различных структур, связанных с накопителем и организацией процесса обслуживания, является весьма значительным, и приведенное выше описание легко можно продолжить.

В литературе по теории обслуживания (ее называют также теорией очередей) разные авторы используют различную терминологию. Термины «заявка», «клиент» используются как синонимы термина «требование», а термины «канал», «линия», «прибор», «сервер» – как синонимы термина «узел обслуживания».

Качество обслуживания можно оценивать с разных точек зрения. Одна точка зрения внешняя; это оценка работы со стороны потока обслуживаемых требований, потребителей обслуживания, клиентов системы. Другая точка зрения внутренняя; здесь оцениваются издержки системы, трудности организации работы, устойчивость функционирования.

Качество должно соответствовать требованиям рынка, ожиданиям потребителей. Во многих случаях обеспечение и поддержка уровня качества выше требуемого может приводить просто к снижению уровня используемой производительности, увеличению издержек и не давать взамен никаких конкурентных преимуществ.

Поломка оборудования ведет к снижению используемых производственных мощностей. Это может привести к критическим последствиям для организации в целом. Для предотвращения такого рода последствий можно содержать бригаду специалистов-ремонтников, резерв запчастей, дополнительное резервное оборудование. Такие резервы способствуют обеспечению бесперебойной работы, но при этом вызывают

дополнительные издержки, омертвление средств и связанные с этим упущенные возможности.

Аналитический и имитационный подход.

Для моделирования систем обслуживания применяются два подхода: аналитический и имитационный. При аналитическом подходе используются расчетные формулы, позволяющие оценить основные характеристики работы системы. Существующие формулы пригодны для ограниченного множества базовых моделей. Их адаптация к реальной ситуации иногда представляет проблему и в любом случае требует достаточно высокой математической квалификации. Однако получаемый результат имеет при таком подходе ясно очерченную математическую форму.

Результаты, получаемые на основе имитационной модели, имеют статистическую форму. Имитационный подход основан на моделировании неопределенности с помощью датчика случайных чисел. Роль такого датчика в Excel выполняет функция СЛЧИС. Она генерирует случайные числа, распределенные равномерно на промежутке $[0, 1)$.

Полученные генераторы случайных чисел позволяют моделировать случайные события (приход требования в систему, процесс обслуживания и др.). Соединяя такие события в соответствии со структурой и последовательностью работы исследуемой системы, мы получаем ее имитационную модель. Дальнейшее имитирование работы системы и накопление соответствующей статистики позволяет анализировать качество работы системы, видеть ее узкие места, варьировать организацию работы и изучать возникающие изменения, принимать решения по модификации системы обслуживания.

Мы рассмотрим оба подхода: аналитический и имитационный, освоим расчет наиболее важных характеристик для базовых моделей и подходы к построению имитационных моделей.

Аналитические модели.

Во всех рассматриваемых ниже системах обслуживания предполагается, что как интервалы времени между поступлениями последовательных требований, так и продолжительность обслуживания требования распределены по экспоненциальному закону.

Для потока требований это означает, что

$$P\{t_{\text{инт}} > t\} = e^{-\lambda t}.$$

Параметр λ определяет среднее число требований, поступающих в систему за единицу времени. Соответственно величина $1/\lambda$ равна средней длине интервала времени между последовательными требованиями.

Для процесса обслуживания это означает, что

$$P\{t_{\text{обсл}} > t\} = e^{-\nu t},$$

где ν – интенсивность обслуживания, то есть среднее число требований, обслуживаемых узлом в единицу времени. Соответственно величина $1/\nu$ равна средней продолжительности обслуживания одного требования.

В большинстве характеристик работы системы параметры λ и ν участвуют в виде отношения λ/ν . Такое отношение называется загрузкой системы обслуживания и обозначается посредством

$$\rho = \frac{\lambda}{\nu}.$$

Посредством N обозначается число узлов обслуживания системы. Ниже приводятся формулы как для общего случая (для произвольного N), так и для важнейшего частного случая с одним узлом ($N = 1$).

Характеристики работы СО с отказами.

СО с отказами: общие условия Базовый вариант системы обслуживания с отказами удовлетворяет следующим условиям.

1. Если в момент поступления требования имеется хотя бы один свободный узел обслуживания, то требование сразу начинает обслуживаться (любым из свободных узлов).
2. Каждый узел в любой момент времени обслуживает не более одного требования.
3. Каждое требование обслуживается одним узлом.
4. Обслуживание не прерывается.
5. По окончании обслуживания требование покидает систему.
6. Если в момент прихода требования все узлы в системе обслуживания оказываются занятыми, то требование получает отказ в обслуживании и покидает систему не обслуженным.

Первое условие говорит о том, что между моментом прихода требования и началом обслуживания нет паузы, пришедшее требование не ждет начала обслуживания.

Из второго, третьего и четвертого условий вытекает, что требования обслуживаются независимо и узлы работают независимо: организация обслуживания не предусматривает их группировку и перерывы в обслуживании.

Пятое условие свидетельствует о разомкнутости системы. Шестое условие характеризует ситуации отказа. Отказы в обслуживании возникают только при одновременной занятости всех узлов.

СО с отказами: характеристик и работы для N узлов обслуживания.

Вероятность P_j наличия j требований в системе обслуживания, то есть вероятность занятости j узлов обслуживания, равна

$$P_j = \frac{\rho^j}{j! \sum_{k=0}^N \frac{\rho^k}{k!}}.$$

Эта формула носит название формулы Эрланга. Она верна для СО с отказами при любом (не обязательно экспоненциальном) законе распределения длительности обслуживания с интенсивностью обслуживания, равной ν .

Вероятность отсутствия требований в системе обслуживания P_0 определяется этой формулой при $j = 0$, то есть формулой:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^N \frac{\rho^k}{k!}}$$

Поступающее требование получает отказ в обслуживании, если все узлы обслуживания заняты. Вероятность отказа $P_{\text{отк}}$ соответствует формуле Эрланга при $j = N$,

$$P_{\text{отк}} = P_N = \frac{\frac{\rho^N}{N!}}{\sum_{k=0}^N \frac{\rho^k}{k!}}$$

Вероятность $P_{\text{отк}}$ характеризует долю требований, получающих отказ. Противоположная ей величина характеризует долю обслуженных требований и называется относительной пропускной способностью CO .

Величина относительной пропускной способности α определяется формулой:

$$\alpha = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - P_N.$$

Абсолютная пропускная способность CO характеризует среднее число требований, поступающих в узлы обслуживания в единицу времени.

Величина абсолютной пропускной способности A определяется формулой:

$$A = \lambda \cdot \alpha = \lambda \cdot (1 - P_N).$$

Среднее число занятых узлов обслуживания $M_{\text{зан}}$ равно $M_{\text{зан}} = \rho \cdot \alpha$.

Среднее число свободных узлов $M_{\text{св}}$ равно $M_{\text{св}} = N - M_{\text{зан}}$.

Разумеется, $M_{\text{зан}} + M_{\text{св}} = N$.

Средняя доля рабочего (занятого) времени узла обслуживания $d_{\text{раб}}$ равна

$$d_{\text{раб}} = M_{\text{зан}} / N.$$

Средняя доля свободного времени узла обслуживания $d_{\text{св}}$ равна $d_{\text{св}} = M_{\text{св}} / N$.

Конечно, $d_{\text{раб}} + d_{\text{св}} = 1$.

CO с отказами: характеристик и работы для 1 узла обслуживания.

Рассмотрим полученные характеристики CO с отказами для важного частного случая, когда в системе имеется единственный узел обслуживания: $N=1$.

Формулы для этого случая получаются из приведенных выше формул подстановкой в них $N=1$ с последующими простыми преобразованиями.

Формула Эрланга принимает при этом вид:

$$P_j = \frac{\rho^j}{1 + \rho}.$$

Отсюда получаем вероятность отсутствия требований в системе P_0 равна

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho}.$$

Вероятность занятости (единственного) узла обслуживания P_1 равна

$$P_1 = \frac{\rho}{1+\rho}.$$

Сумма этих вероятностей равна 1:

$$P_0 + P_1 = 1.$$

Вероятность P_1 совпадает с вероятностью отказа в обслуживании $P_{отк}$:

$$P_{отк} = \frac{\rho}{1+\rho}.$$

Величина относительной пропускной способности α определяется формулой:

$$\alpha = P_0 = \frac{1}{1+\rho}.$$

Величина абсолютной пропускной способности A определяется формулой:

$$A = \lambda \cdot \alpha = \frac{\lambda}{1+\rho}.$$

Среднее число занятых узлов обслуживания $M_{зан}$ равно

$$M_{зан} = \rho \cdot \alpha = \frac{\rho}{1+\rho} = P_{отк}.$$

Среднее число свободных узлов $M_{св}$ равно

$$M_{св} = 1 - M_{зан} = \alpha.$$

Средняя доля рабочего (занятого) времени узла обслуживания $d_{раб}$ равна

$$d_{раб} = M_{зан} = P_{отк}.$$

Средняя доля свободного времени узла обслуживания $d_{св}$ равна $d_{св} = M_{св} = \alpha$.

Контрольные вопросы:

1. Описать типичную структуру системы обслуживания.
2. Дать характеристику работы СО с отказами.
3. Описать СО с отказами: характеристик и работы для N узлов обслуживания.
4. Описать СО с отказами: характеристик и работы для 1 узла обслуживания.

Литература:

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах, Изд. "Высшая школа" 1986.
2. Бурков В.Н., Кулжабаев Н.М. Активные системы и деловые игры— Алматы:2000.
3. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977.
- 4.Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология – Москва: Наука, 1988
- 5.Зуховицкий С.И. Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование, Изд. "Наука". Москва 1967.
- 6.Кулжабаев Н.М. Исследование операции. Учебное пособие. –Алматы:РИК КАО имени И.Алтынсарина,1999.
- 7.Кулжабаев Н.М. Муханова Г.С. Системный анализ и исследование операции.